УДК 303.45:519.86 (045)

ДОСЛІДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ МЕТОДІВ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ПІД ЧАС УПРАВЛІННЯ ТЕХНІЧНОЮ ЕКСПЛУАТАЦІЄЮ АВІАЦІЙНИХ СИСТЕМ

К. В. Богайська

Національний авіаційний університет

katemol-69@mail.ru

Запропоновано та досліджено механізми прийняття рішень, що дають змогу точно чи наближено реалізувати довільні функції вибору. Наведені моделі можуть бути використані для екстраполяції поведінки таких складних ергатичних систем, як авіаційні.

Ключові слова: управління, прийняття рішень, авіаційна система.

It is proposed and studied mechanisms of decision-making that allow exactly or approximately to implement random function selection. The proposed models can be used for extrapolating behavior of such complex systems as aircraft.

Keyword: management, decision making, aviation system.

Постановка задачі

Сучасна теорія прийняття рішень являє собою синтез моделей та методів, що виникають у різних дисциплінах – математичному програмуванні, теорії ігор, дослідженні операцій, автоматичному регулюванні. Історично склались різні підходи і, відповідно, різні мови теорії прийняття рішень — мова критеріїв, мова бінарних відношень, мова функцій вибору.

У термінах критеріїв і бінарних відношень описуються механізми вибору — конструктивні методи прийняття рішень.

У термінах функцій вибору визначаються принципи відбору раціональних рішень, що відповідають різним поняттям, а саме «раціональності», «рівноваги», «компромісу».

В найпростіших задачах прийняття рішень вдається зіставити принцип прийняття рішень і механізм вибору.

У працях [1; 2; 4] розглянуто умови, за яких функція вибору може бути реалізована оптимізацією за скалярним критерієм чи оптимізацією по бінарному відношенню. Ці випадки охоплюють, однак, дуже малу частину можливих функцій вибору.

Інтерес становить встановлення зв’язку між довільними функціями вибору і механізмами вибору. Такий взаємозв’язок забезпечує кожному принципу прийняття рішень відповідну обчислювальну процедуру вибору. Без встановлення цього зв’язку не йтиметься про автоматизацію процесів прийняття рішень.

Під час формування програм технічного обслуговування авіаційної техніки проблема прийняття рішень постає дуже гостро. При цьому виникає необхідність точно реалізувати функцію вибору на кінцевому числі варіантів, проте з будь-яким завчасно заданим ступенем точності (вибірковий принцип вибору на компактній множині варіантів).

Традиційно для розв’язання такої задачі використовуються різні схеми, які ґрунтуються на математичному програмуванні. В першу чергу, йдеться про моделі, формалізовані в термінах критеріїв.

В рамки математичного програмування вкладаються задачі проектування технічних систем фіксованого призначення, задачі планування при чітко сформульованому критерії якості плану, задачі синтезу одноцільових систем керування.

Однак при дослідженні теоретичних проблем керування експлуатацією таких складних ергатичних систем як авіаційні системи (як пілотованих, так і безпілотних), коли потрібно враховувати багато цілей та інтереси ряду осіб, роль традиційної оптимізації виявляється не істотною.

Один із підходів до вибору «компромісних» рішень, що враховують суб’єктивні фактори осіб, які приймають рішення, або інші фактори, що не піддаються зміні, оснований на використанні бінарних відношень. Мова бінарних відношень застосовується, якщо вибір може бути проведений тільки за інформацією щодо результатів попарного порівняння варіантів.

Схема узагальненого математичного програмування [1] дає змогу поширити деякі методи традиційного математичного програмування на більш складні ситуації, коли якість рішення й обмеження на область його визначення характеризуються не скалярними, а векторними функціоналами. Моделі узагальненого математичного програмування описуються мовою бінарних відношень.

У більш загальному випадку вибору, коли мова бінарних відношень безпосередньо не застосовувана, зокрема, коли результат порівняння пари варіантів залежить від інших можливих варіантів рішення (від «контексту» ситуації), або коли попарне порівняння варіантів позбавлене сенсу (наприклад, якщо потрібно вибрати «типовий» варіант, який найбільш часто трапляється), використовується мова функції вибору.

Функції вибору можуть також бути описані таблицею, в якій зіставлена кожна допустима ситуація (кожному пред’явленню *X*, що належить завчасно заданій множині пред’явлень) з рішенням чи деякою множиною можливих варіантів рішення.

Другий вид задавання функції вибору — це перелік її властивостей — аксіоматичні вимоги до раціонального вирішення. І перший, і другий підходи являють собою достатньо універсальну можливість для визначення поняття «раціональне рішення». Однак, описуючи результат вибору, мова функцій вибору не відображає структуру механізму, що лежить в основі вибору, і не вказує обчислювальну процедуру, що дозволяє автоматично поданою ситуацією встановити раціональне рішення.

Розв’язання задачі

У праці [2] був введений зручний для подальшого викладу запис дещо розширених схем математичного програмування в порядкових шкалах (МППШ) і узагальненого математичного програмування (УМП).

Нехай *G* являє собою множину всіх варіантів, які можуть трапитися в процесі вибору в заданому класі задач.

Підмножину $X \subseteq G$ будемо називати *пред’явленнями*. Вони характеризують ситуації, в яких здійснюється вибір.

Нехай R — деяке бінарне відношення на множині G. Розглядатимемо різні типи оптималь-ності відносно R. Вибір типу оптимальності в кожному конкретному випадку визначається зміс-товими особливостями задачі та властивостями відповідних бінарних відношень. Так, наприклад, оптимізація за домінуванням означає:

$$x \in Opt_R^{Dom}\ X \;\Leftrightarrow\; x \in X \;\wedge\; \forall y \in X\ xRy \;,$$

а оптимізація за блокуванням:

$$x \in Opt_R^{B1}(X) \Leftrightarrow (x \in X) \wedge (\forall y \in X\ y\bar{R}x).$$

Має місце відношення:

$$Opt_R^{B1}(X) \supseteq Opt_{R^d}^{Dom}(X);$$

$$Opt_R^{Dom}(X) \supseteq Opt_{R^d}^{B1}(X),$$

де R^d — бінарне відношення, подвійне до

$$R : R^d = \overline{R^{-1}} .$$

У праці [3] введено інші визначення оптимізації за бінарним відношенням, за яких можна говорити про максимальний по R елементу $x \in X$, навіть у тому випадку, коли множини $Opt_R^{Dom}(X)$ і $Opt_R^{B1}(X)$ виявляються порожніми.

Відповідно до введених там показників маємо ще чотири типи найбільших елементів:

$$x \in Opt_R^k(X) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x \in X) \wedge (\forall y \in X\ \ S_R^k(x) \supset S_R^k(y)),\ k = \overline{1,4},$$

де множини $S_R^k(x)$ визначаються через множини елементів $H_R^0(x)$ — жорстко підлеглих *x* по *R*, $E_R(x)$ — еквівалентних *x* по *R*, і $N_R(x)$ — не порівнюваних з *x* по *R* за допомогою таких нерівностей:

$$S_R^1 = H_R^0(x) \cup E_R(x) \cup N_R(x);$$

$$S_R^2 = H_R^0(x) \cup N_R(x);$$

$$S_R^3 = H_R^0(x) \cup E_R(x);$$

$$S_R^4 = H_R^0(x).$$

Таким чином, можна говорити ще про чотири типи оптимізації по *R*, якщо у визначенні $Opt_R^k(X)$ помітити домінування по включенню блокуванням по включенню:

$$x \in Opt_R^k(X) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x \in X) \wedge (\forall y \in X\ \ S_R^k(x) \not\subset S_R^k(y)).$$

Якщо під оптимізацією по *R* розуміється не максимізація, а мінімізація, то у визначенні $Opt_R^k(X)$ замість множини $S_R^k(x)$ елементів, підпорядкованих елементу *x*, слід використовувати множини $G \setminus S_R^k(x)$ елементів, «домінуючих» *x*.

Аналогічним чином вводяться множини $Adm_{R,U}(X)$ елементів $x \in X$, допустимих за обмеженням, що визначається бінарним відношенням *R* і параметрами $u \in U$.

Так, допустимість за домінуванням:

$$x \in Adm^{Dom}_{R,U}(X) \Leftrightarrow (x \in X) \wedge (\forall u \in U\ xRu);$$

допустимість за блокуванням:

$$x \in Adm^{Bl}_{R,U}(X) \Leftrightarrow (x \in X) \wedge (\forall u \in U\ u\bar{R}x).$$

Має місце відношення:

$$Adm^{Dom}_{R,U}(X) = Adm^{Bl}_{R^d,U}(X);$$

$$Adm^{Bl}_{R,U}(X) = Adm^{Dom}_{R^d,U}(X).$$

Залежно від змістових особливостей задачі можуть бути використані ще чотири типи допустимості:

$$x \in Adm^{k}_{R,U}(X) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x \in X) \wedge (\forall u \in U\ \ S^k_R(x) \supseteq S^k_R(u)),$$

якщо допустимі елементи *x* домінують параметри $u \in U$, і

$$x \in Adm^{k}_{R,U}(X) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \in X \wedge \forall u \in U\ \ S^k_R(x) \not\subset S^k_R(u),$$

якщо допустимі елементи *x* не блокуються параметрами $u \in U$.

У праці [4] описано ще більш загальний підхід до оптимізації за бінарним відношенням — так звана (*R*, *C*)-оптимізація $Opt^{(R,C)}(X)$. За аналогією з наведеними тут міркуваннями може бути введена і (*R*, *C*)-допустимість $Adm^{(R,C)}_{(R,U)}(X)$.

У подальшому будемо опускати символ, який означає тип оптимізації або допустимості, припускаючи, що вони фіксовані і визначаються у кожному окремому випадку змістовими міркуваннями.

Введені визначення «оптимізація по R_0» і «допустимість по R_p, U_p» дозволяють записувати задачу математичного програмування в порядкових шкалах (розширену, що допускає використання не лише перетину множин, які визначаються окремими обмеженнями, а й їх об'єднання) в такому вигляді:

$$Opt_{R_0}(Z) = \bigcap_s \bigcup_j Adm_{R_{sj},U_{sj}}(X). \qquad (1)$$

Використовуючи монотонні теоретико-множинні функції, можна переписати задачу в більш зручному для аналізу вигляді. Для цього введемо деякі визначення.

Під *k*-місцевою теоретико-множинною операцією $F(X_1, \dots, X_k)$ на множині *G* будемо розуміти функцію, аргументами і значеннями якої є підмножини *G*, що задовольняє за будь-яких $x, y \in G$, $X_j, Y_j \subseteq G$, $j \in \overline{1,k}$ умову:

$$((x \in X_1 \Leftrightarrow y \in Y_1) \wedge \dots \wedge (x \in X_k \Leftrightarrow y \in Y_k)) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x \in F(X_1, \dots, X_k) \Leftrightarrow y \in F(Y_1, \dots, Y_k)).$$

Операцію *F* називатимемо монотонною, якщо:

$$((X_1 \supseteq Y_1) \wedge \dots \wedge (X_k \supseteq Y_k)) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F(X_1, \dots, X_k) \supseteq F(Y_1, \dots, Y_k).$$

Серед монотонних функцій є дві тривіальні:

$$F(X_1, \dots, X_k) = J$$

і

$$F(X_1, \dots, X_k) = G.$$

Розглянемо лише нетривіальні монотонні операції *F*. Відомо, що така операція, і лише така, може бути представлена у вигляді $\cup \cap$ за допомогою кінцевого числа двомісних операцій. Це означає, що задачу (1) УМП можна переписати у вигляді:

$$Opt_{R_0}(Z) = F(Adm_{\tilde{R},\tilde{U}}(X)), \qquad (2)$$

де

$$\tilde{R} = (R_1, \dots, R_q), \ \tilde{U} = (U_1, \dots, U_q),$$

$$F(Adm_{\tilde{R},\tilde{U}}(X)) = F(Adm_{R_1,U_1}(X), \dots, Adm_{R_q,U_q}(X)).$$

Тут *q* — загальне число відношень R_{sj} (і множин U_{sj}).

Розглядаючи більш загальні моделі, будемо використовувати разом із задачею (2) УМП схему УМП, яка також записується у вигляді (2), проте в ній $X \subseteq G$ довільне. Таким чином, схемі УМП відповідає множина задач УМП, кожна з яких отримується фіксацією *X*.

На практиці в таких складних задачах як керування експлуатацією авіаційних систем, планування і проектування рішень часто приймається відповідним чином сформованою організаційною структурою. Це може бути ієрархічна послідовна структура, коли на кожному наступному рівні уточнюється рішення, прийняте на більш високому рівні. Це може бути і паралельна структура, коли за однією і тією ж інформації паралельно приймаються рішення, що відображають різні аспекти керування та думки, досвід і вподобання різних спеціалістів, потім прийняті рішення порівнюються, узагальнюються і, так чи інакше, агрегуються.

Залежно від характеру задачі підготовка кінцевого вибору може проводитись і за допомогою інших організаційних структур, які забезпечують «демократичне» вирішення проблеми, що враховує знання та шкалу цінностей осіб і колективів, зацікавлених у рішенні.

Формалізація такого підходу до вибору рішення приводить до багатокрокових схем УМП, у яких на кожному кроці t використовується не тільки результат попереднього кроку ($t - 1$), але й інших попередніх кроків.

Опишемо загальну багатокрокову схему УМП.

Нехай число кроків дорівнює $k \geq 2$. На кроці t, $t \in \overline{1,k}$, розв'язується задача:

$$Opt_{R_0(t)}\left(Z(t)\right),\ Z(t) = F\left(Adm_{\tilde{R}(t),\tilde{U}(t)}\left(X^{\tilde{J}(t)}\right)\right),$$

де

$$F\left(Adm_{\tilde{R}(t),\tilde{U}(t)}\left(X^{\tilde{J}(t)}\right)\right) =$$
$$= F\left(Adm_{R_1(t),U_1(t)}\left(X^{(j_1)}\right),\ldots,Adm_{R_q(t),U_q(t)}\left(X^{(j_q)}\right)\right),$$

$\tilde{J}(t) = (j_1,\ldots,j_q)$, $X^{(j_p)}$, $p \in \overline{1,q}$ — результат кроку j_p, $j_p < t$, $X^{(0)} = X$ — пред'явлення.

Розв'язком схеми є $X^{(k)}$.

Позначимо через J_t, множину всіх j_p таких, що $X^{(jp)}$ використовується на кроці t. Набір $J = (J_1,\ldots,J_k)$ будемо називати інформаційною структурою схеми. Вона визначається особливостями розв'язуваної задачі та можливостями перероблення і зберігання інформації.

Вважається, що прикладним задачам прийняття рішень частіше інших будуть відповідати класи багатокрокових схем узагальненого математичного програмування (БкУМП) з послідовною, паралельною, послідовно-паралельною і деревоподібною інформаційними структурами.

Позначатимемо їх ПсУМП, ПрУМП, ПсПрУМП і ДрУМП відповідно. За необхідності будемо вказувати у лапках клас Q використовуваних бінарних відношень (наприклад, ПсУМП (L) — клас задач БкУМП з послідовною інформаційною структурою, що використовують відношення лінійного порядку).

Для класу ПсУМП багатокрокових схем з послідовною інформаційною структурою $J_t = \{t - 1\}$, $t \in \overline{1,k}$.

Для класу ПрУМП багатокрокових схем з паралельною інформаційною структурою $J_1 = \ldots = J_{k+1} = \{0\}$, $J_k = \{1,\ldots,k-1\}$.

У класі ПсПрУМП інформаційна структура відповідає багатокроковій схемі, яка складається з декількох незалежних послідовних гілок (від кроку 1 до s_1; від s_1+1 до s_2,..., від s_{t-1}+1 до $s_t = k - 1$), результати яких використовуються лише на кроці k. Для неї

$$J_1 = J_{s_1+1} = \ldots = J_{s_{t-1}+1} = \{0\},$$
$$J_k = \{s_1,\ldots,s_k\},$$
$$J_t = \{t-1\} \text{ в інших випадках.}$$

Наведені класи схем є окремими випадками багатокрокової схеми ДрУМП з деревоподібною інформаційною структурою.

Структура ДрУМП задається двома умовами:

1) $\exists\ s$, $1 \leq s \leq k-1$, для якого

$$J_1 = J_2 = \ldots = J_s = \{0\};$$

2) кожне число $j \in \overline{1,k-1}$ входить лише до однієї множини J_t, $t > j$.

Схеми МнОМП являють собою широкий клас механізмів вибору. Можливості реалізації функцій вибору (ФВ) з того або іншого класу істотно залежать від інформаційної структури схеми МнОМП.

Схемі S відповідає ФВ $C_S(X)$, значенням якої на пред'явленні X є результатом $X^{(k)}$ останнього кроку. Можна навести кілька прикладів механізмів вибору й вказати схеми МнОМП, які реалізують ФВ, що відповідають цим механізмам.

1. Вибір за оптимізацією бінарного відношення

$$C_R(X) = Opt_R(X).$$

У праці [5] відзначалося, що мають місце різні визначення оптимізації за бінарним відношенням. Передбачається, що тип оптимізації фіксується й у записі не вказується.

2. Послідовний вибір за набором бінарних відносин (суперпозиція). Набору відносин $\tilde{R} = (R_1,\ldots,R_k)$ відповідає ФВ:

$$C_{\tilde{R}}(X) = C_{R_k}(\ldots C_{R_2}(C_{R_1}(X))\ldots).$$

3. Паралельний вибір за набором бінарних відносин (композиція). Набору відносин $\tilde{R} = (R_1,\ldots,R_k)$ і монотонній теоретико-множинній операції $F(Y_1,\ldots,Y_k)$ відповідає ФВ:

$$C_{\tilde{R},F}(X) = F\left(C_{R_1}(X),\ldots,C_{R_k}(X)\right).$$

4. Послідовно-паралельний вибір. Послідовності наборів відносин $\tilde{R}_1,\ldots,\tilde{R}_k$ і монотонній теоретико-множинній операції F відповідає ФВ:

$$C_{\tilde{R}_1,\ldots,\tilde{R}_k,F}(X) = F\left(C_{R_1}(X),\ldots,C_{R_k}(X)\right).$$

Усі перелічені ФВ використовують вибір за оптимальністю. Інколи застосовується й вибір за допустимістю.

5. Вибір за допустимістю. Бінарному відношенню $R \subseteq G^2$ і множині еталонних варіантів $U \subseteq G$ відповідає ФВ:

$$C_{R,U}(X) = Adm_{R,U}(X).$$

Як й у випадку вибору за оптимальністю, є різні визначення поняття допустимості за бінарним відношенням. Передбачається, що тип допустимості фіксується й у записі не вказується.

Таким чином,

$$C_{R_k,U_k}\ \ldots C_{R_2,U_2}\ \ C_{R_1,U_1}\ \ X\ \ \ \ldots\ = \bigcap_{l=1}^{k} C_{R_i,U_i}\ \ X\ \ .$$

Це означає, що послідовний вибір за допустимістю зводиться до паралельного, а отже, й послідовно-паралельний вибір за допустимістю зводиться до паралельного. Зауважимо, що при виборі за оптимальністю всі ці три механізми істотно різні. Вони реалізують різні класи ФВ. Таким чином, до перелічених типів вибору додається ще один.

Висновки

Запропоновані моделі можуть бути використані для екстраполяції поведінки таких складних систем, як керування експлуатацією авіаційних систем, для прогнозування запитів в системах матеріально-технічного забезпечення за результатами вибіркового дослідження, для побудови експертних систем у різних сферах інтелектуальної діяльності.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Черноруцкий И. Г.* Ч-49 Методы принятия решений / И. Г. Черноруцкий. — СПб. : БХВ-Петербург, 2005.— 416 с.

2. *Millet I.* A Novena to Saint Anthony, or How to Find Inventory by Not Looking, Interfaces / I. Millet. — Vol. 24, No. 2, 1994. — P. 69–75.

3. *Planning* Callout Reserves for Aircraft Delays, Interfaces — Vol. 9, No. 2, Part 2, 1979. — P. 78–86.

4. *Weber S.* A Modified Analytic Hierarchy Process for Automated Manufacturing Decisions, Interfaces / S. Weber. — Vol. 23, No. 4, 1993. — P. 75–84.

5. *Saaty T. L.* Fundamentals of Decision Making, RWS Publications / T. L. Saaty. — Pittsburg, 1994. — 569 p.

Стаття надійшла до редакції 14.01.13.